

Векторные представления слов

Лекция 5

Майоров Владимир Дмитриевич

8 октября 2021

Векторное представление слов

- Атомарные единицы текста – слова
- Word embedding – вещественный вектор в пространстве с фиксированной размерностью
 - Пусть есть словарь всех слов языка $V = \{\nu_i\}$ размером $n = |V|$
 - Пусть задана фиксированная размерность d
 - Каждому слову $\nu_i \in V$ ставится в соответствие вектор $w_i \in \mathbb{R}^d$

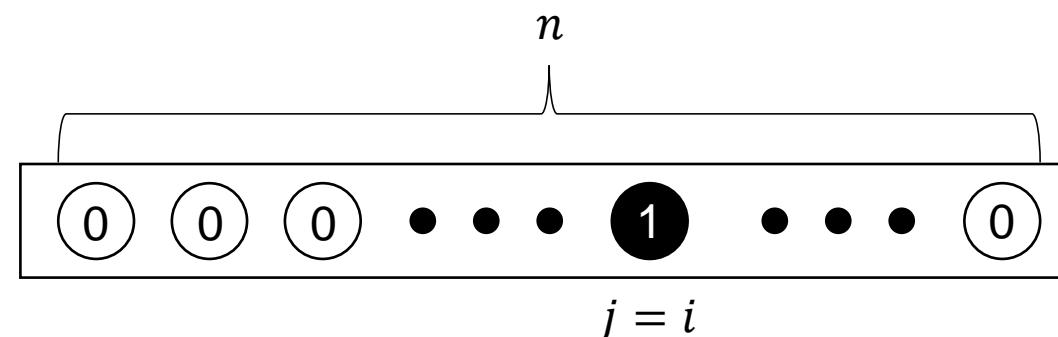
Векторное представление слов

- Атомарные единицы текста – слова
- Word embedding – вещественный вектор в пространстве с фиксированной размерностью
 - Пусть есть словарь всех слов языка $V = \{\nu_i\}$ размером $n = |V|$
 - Пусть задана фиксированная размерность d
 - Каждому слову $\nu_i \in V$ ставится в соответствие вектор $w_i \in \mathbb{R}^d$
- Пример: one-hot encoding

One-hot encoding

- Пусть есть словарь всех слов языка $V = \{v_i\}$ размером $n = |V|$
- Пусть задана фиксированная размерность $d = n$
 - Каждому слову $v_i \in V$ ставится в соответствие вектор $w_i \in \mathbb{R}^d$,

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i \\ 0, & j \neq i \end{cases}, j = \overline{1, d}$$



$$j = i$$

Многозначность (Синонимия)

- Для большинства задач NLP важен смысл слова (**лексическое значение**), а не само слово:

16 августа 1820 года Пушкин **прибыл** в Феодосию
приехал
пожаловал
...

- Похожесть слов (косинусная мера)

$$\text{similarity}(w_i, w_j) = \frac{(w_i, w_j)}{\|w_i\| \cdot \|w_j\|} = \frac{\sum_{k=1}^n w_{ik} \cdot w_{jk}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n w_{ik}^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^n w_{jk}^2}}$$

Многозначность (Синонимия)

- One-hot encoding

- $V = \{v_i\}, |V| = n$
- $d = n$
- Каждому слову $v_i \in V$ ставится в соответствие вектор из $w_i \in \mathbb{R}^d$, $w_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i \\ 0, & j \neq i \end{cases}, j = \overline{1, n}$

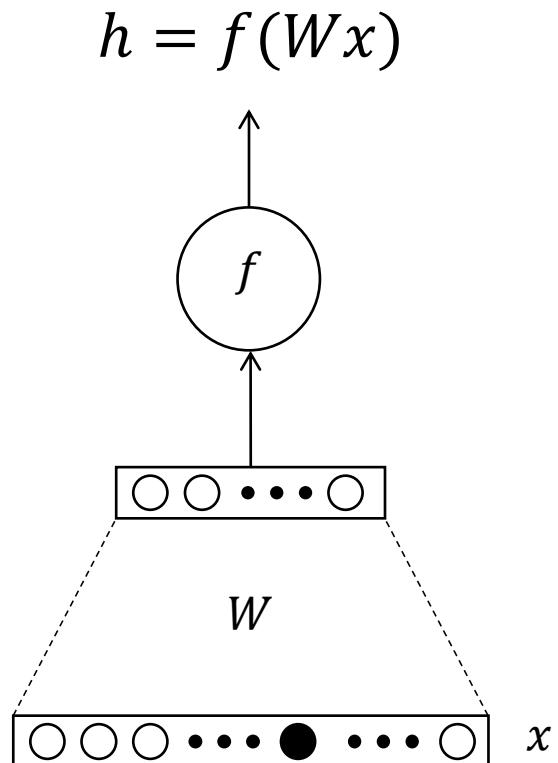
- все слова одинаково непохожи:

$$(w_i, w_j) = 0, \quad i \neq j$$
$$\textit{similarity}(w_i, w_j) = 0, \quad i \neq j$$

Embedding слой в нейронной сети

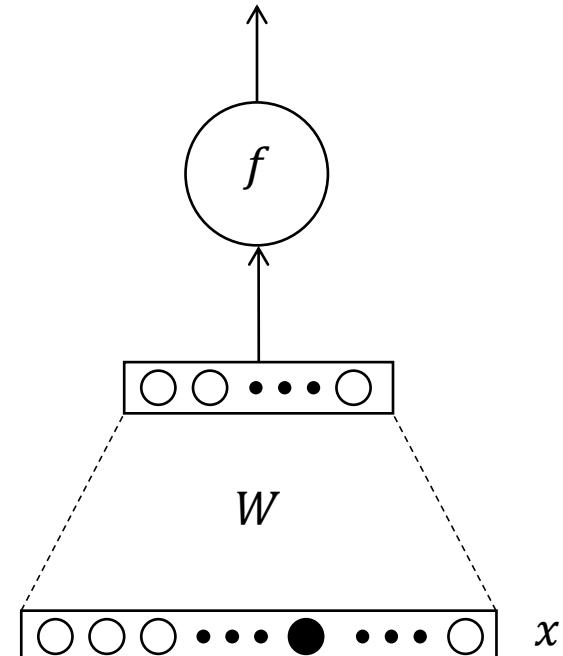
- Пусть задан one-hot encoding:
 - Словарь $V = \{v_i\}$, $|V| = n$
 - Каждому слову $v_i \in V$ поставлен в соответствие вектор $x_i \in \mathbb{R}^n$
- Пусть задана некоторая нейронная сеть

$$h = f(Wx), x \in \mathbb{R}^n, W \in \mathbb{R}^{d \times n}$$
- Преобразование перед первой активацией ($w = Wx$):
 - Словарь $V = \{v_i\}$, $|V| = n$
 - Фиксированная размерность d
 - Каждому слову $v_i \in V$ поставлен в соответствие вектор $w = Wx \in \mathbb{R}^d$



Embedding слой в нейронной сети

- В процессе обучения с учителем оптимизируются параметры сети (в том числе матрица W)
- В результате вектор $w = Wx$ отражает «хорошие» векторы слов с точки зрения целевой задачи
- Основная проблема:
 - Для большинства задач обработки текстов обучающих данных мало
⇒ построить «хорошую» матрицу W не удастся
- Решение:
 - Инициализировать матрицу W посчитанными заранее «хорошими» векторами



Векторное представление слов

Задача обучения без учителя (unsupervised learning):

По коллекции объектов (обучающей выборке) определить внутренние взаимосвязи, зависимости, существующие между объектами

По коллекции неразмеченных текстов построить векторные представления слов из этих текстов

причем хочется, чтобы *similarity* близких по значению слов была выше, чем для различных по значению

Дистрибутивная гипотеза

- Firth, J. R. (1957):

“You shall know a word by the company it keeps”

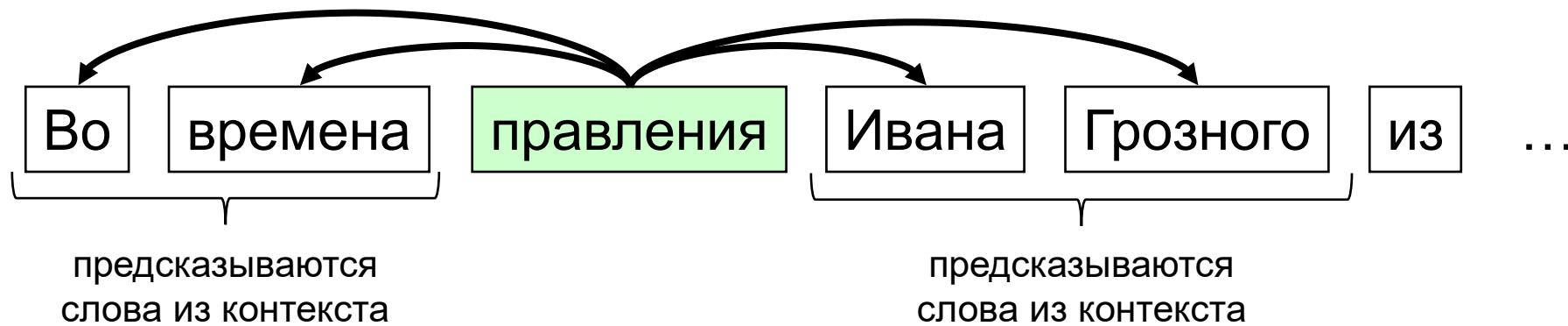
- Бутылка ***tesgüino*** стоит на столе
- ***Tesgüino*** делает тебя пьяным
- Мы делаем ***tesgüino*** из кукурузы
- Вместо хмеля в ***tesgüino*** используется местная трава

Дистрибутивная гипотеза

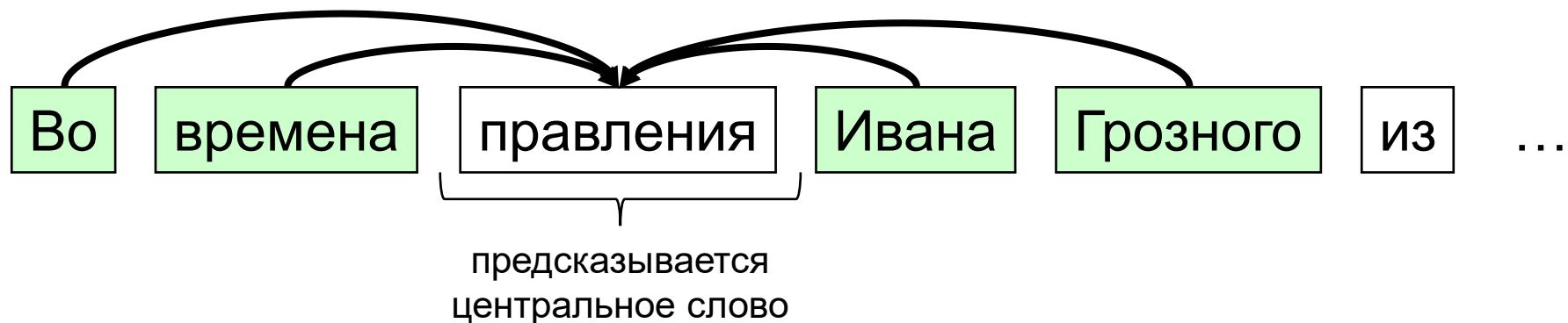
- Слова, которые встречаются в схожих контекстах, имеют схожий смысл
- Контекстом слова может являться:
 - Соседние слова
 - Слева
 - Справа
 - Симметрично
 - Весь текст (параграф, предложение)

word2vec

- Continuous skip-gram

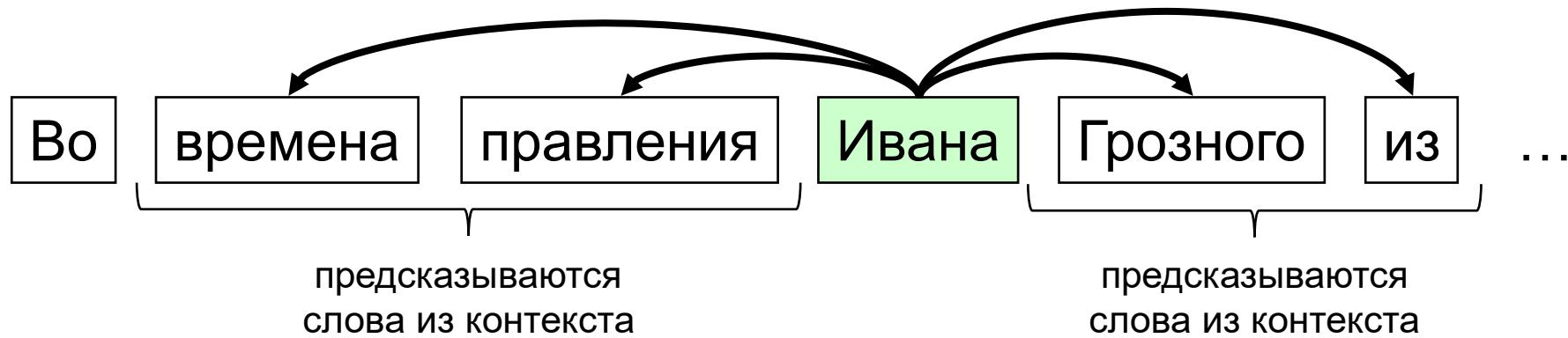


- Continuous bag of words

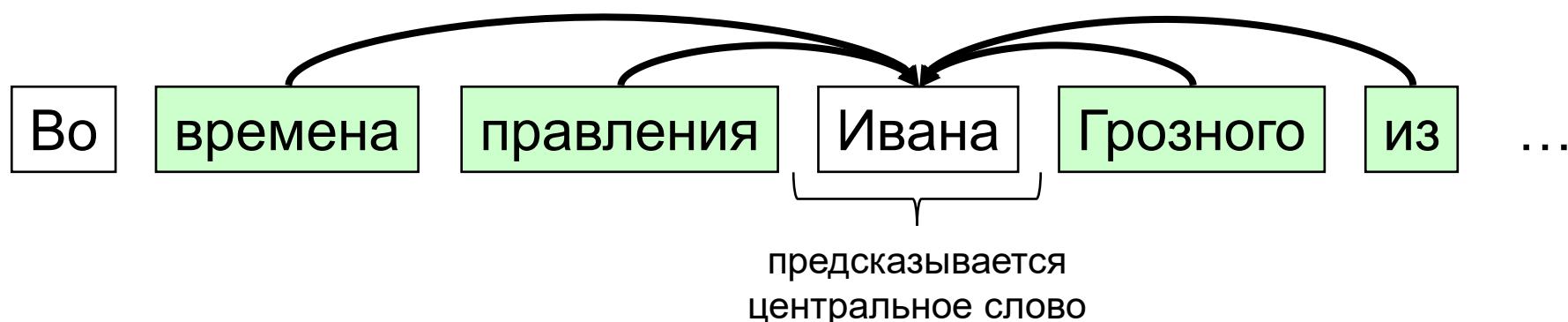


word2vec

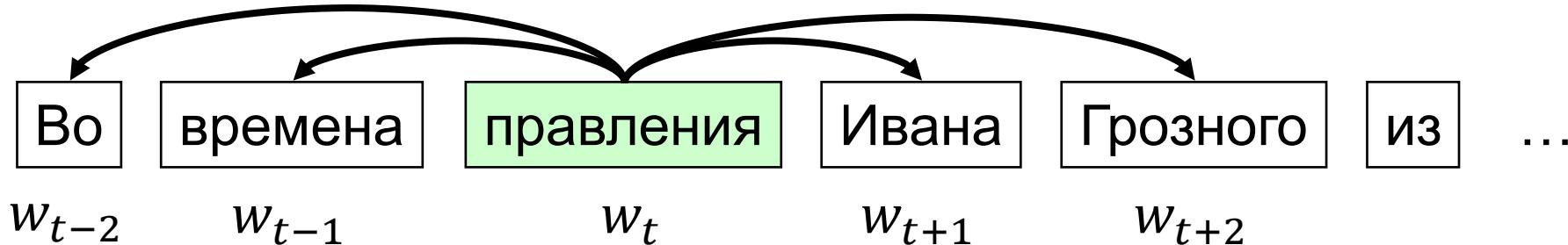
- Continuous skip-gram



- Continuous bag of words



word2vec skip-gram

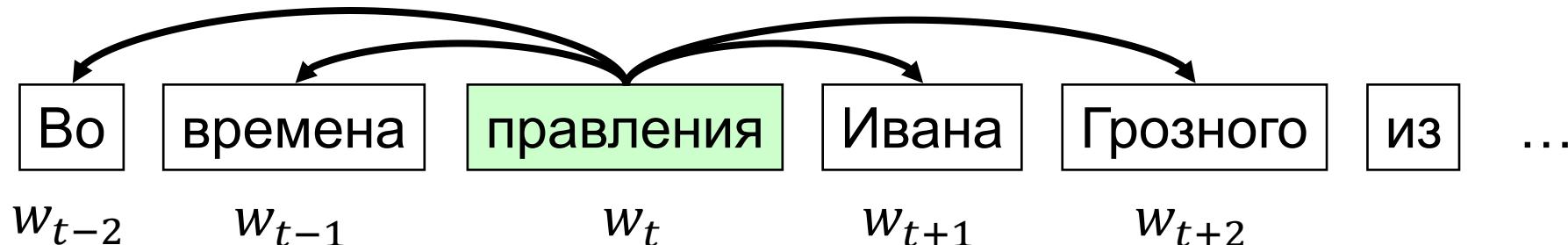


- Цель: максимизировать вероятность всех контекстных слов при данном центральном слове

$$J'(\theta) = \prod_{t=1}^T \prod_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} p(w_{t+j} | w_t, \theta)$$

- θ – оптимизируемые параметры

word2vec skip-gram



- Цель: максимизировать логарифм вероятности всех контекстных слов при данном центральном слове

$$J(\theta) = -\log J'(\theta) = - \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log p_\theta(w_{t+j} | w_t)$$

- θ – оптимизируемые параметры

word2vec skip-gram

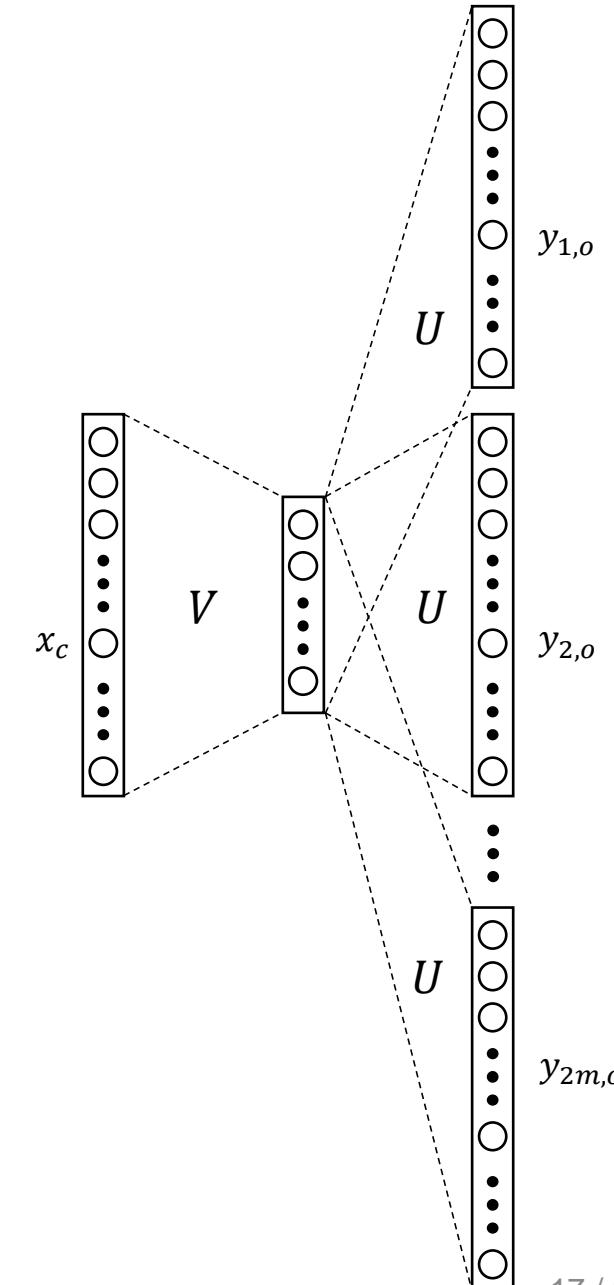
$$J(\theta) = - \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log p_\theta(w_{t+j} | w_t)$$

- $\theta = \{V, U\}$;
 - V – векторы центрального слова
 - U – векторы слова из контекста
-
- $p(o|c) = \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)}$;

word2vec skip-gram

Модель может быть представлена в виде нейронной сети:

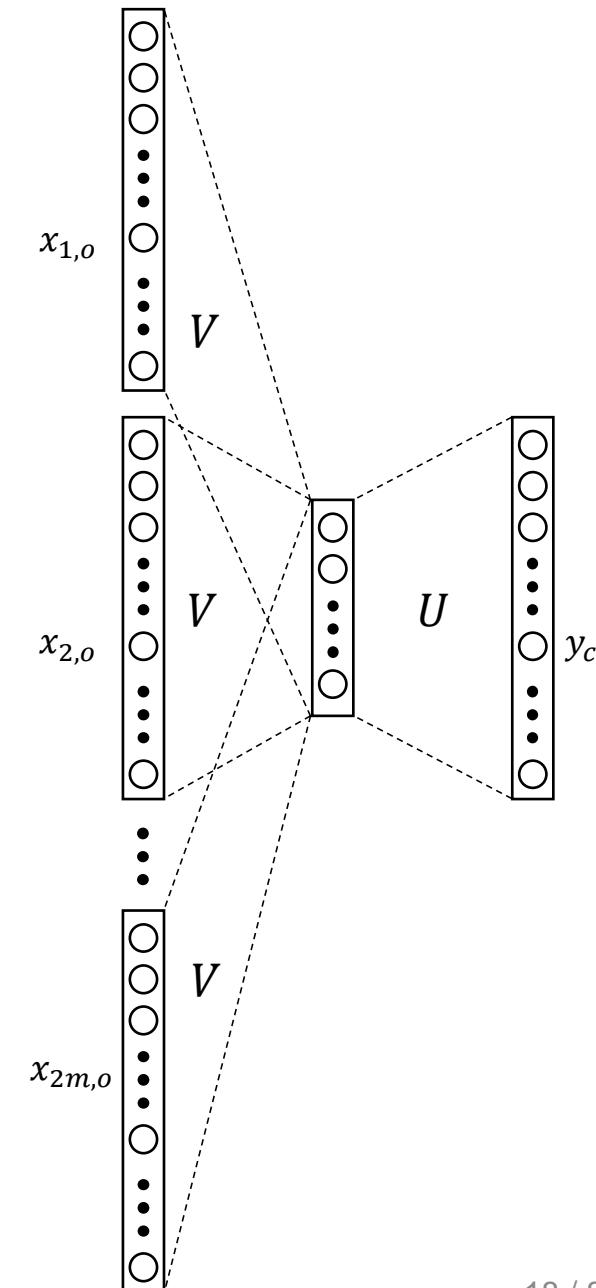
- **Вход:** one-hot центрального слова
- **Скрытый слой:** линейный
- **Выходной слой:** softmax
- **Функция ошибки:** cross-entropy



word2vec CBOW

Модель может быть представлена в виде нейронной сети:

- **Вход:** one-hot контекстных слов
- **Скрытый слой:** линейный
- **Выходной слой:** softmax
- **Функция ошибки:** cross-entropy



word2vec skip-gram

$$J(\theta) = - \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log p_\theta(w_{t+j} | w_t)$$

- Для каждого окна минимизируем

$$-\log p(o|c) = -\log \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)};$$

word2vec skip-gram

$$J(\theta) = - \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log p_\theta(w_{t+j} | w_t)$$

- Для каждого окна минимизируем

$$-\log p(o|c) = -\log \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)};$$

- Метод градиентного спуска

$$\frac{\partial (-\log p(o|c))}{\partial v_c} = -u_o + \sum_{i=1}^n \frac{\exp(u_i^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)} u_i = -u_o + \sum_{x \in V} p(x|c) u_x$$

word2vec skip-gram

$$J(\theta) = - \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log p_\theta(w_{t+j} | w_t)$$

- Для каждого окна минимизируем

$$-\log p(o|c) = -\log \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)};$$

- Метод градиентного спуска

$$\frac{\partial (-\log p(o|c))}{\partial v_c} = -u_o + \sum_{i=1}^n \frac{\exp(u_i^T v_c)}{\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)} u_i = -u_o + \sum_{x \in V} p(x|c) u_x$$

word2vec skipgram

- Проблема:
 - На каждом шаге градиентного спуска вычисляется

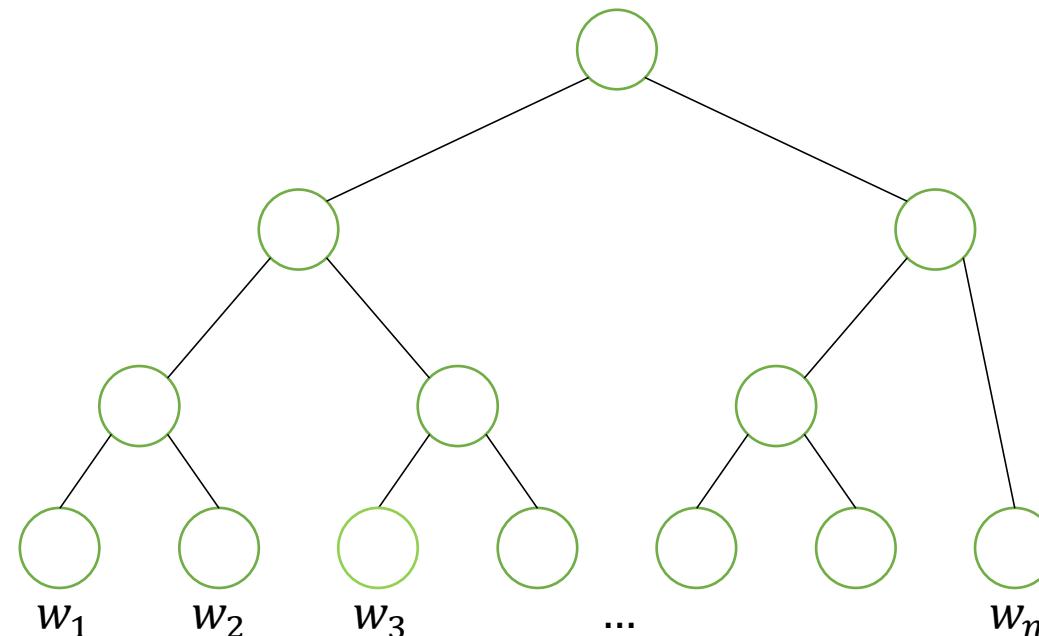
$$\sum_{w=1}^n \exp(u_w^T v_c)$$

словарь большой \Rightarrow долго

- Решения:
 - Hierarchical softmax
 - Negative sampling

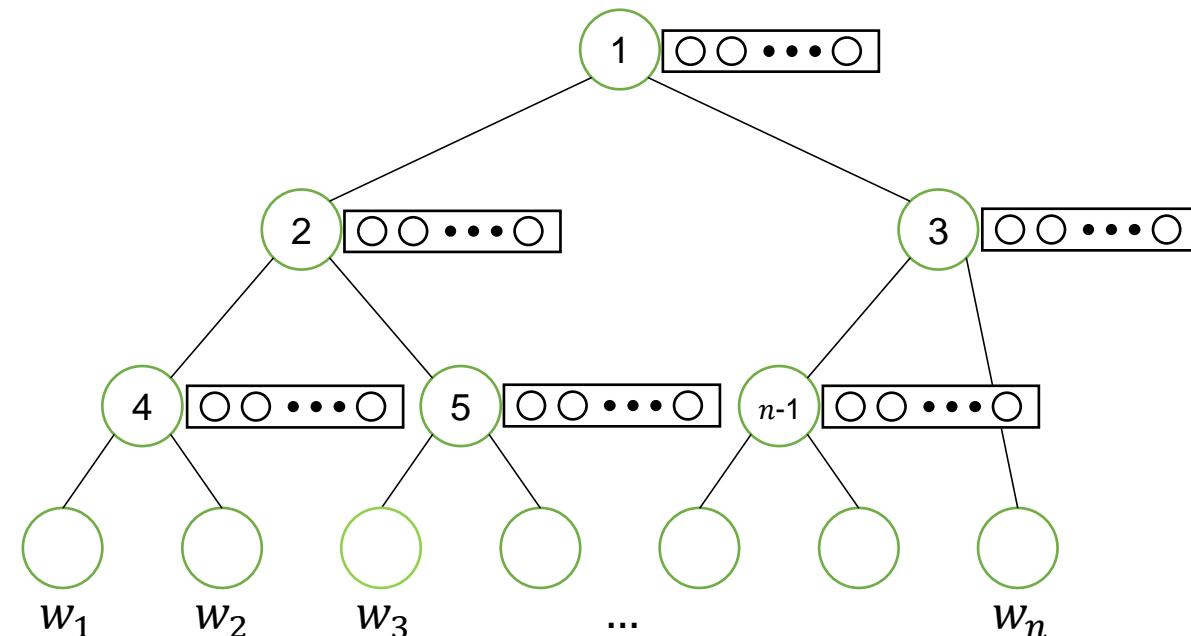
Hierarchical softmax

- Основная идея:
 - Составить из словаря бинарное дерево



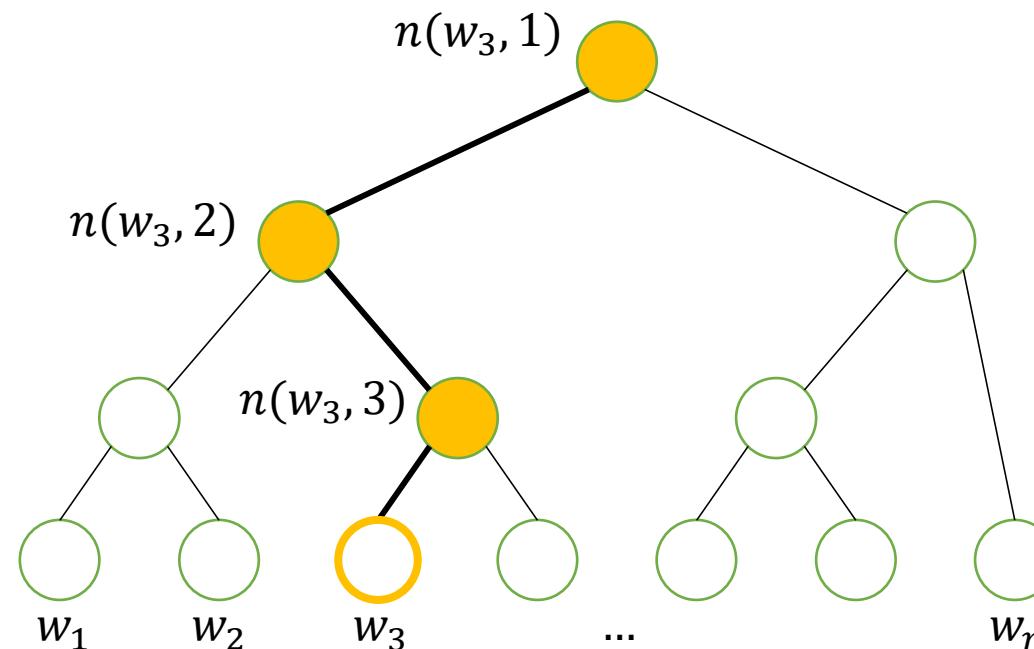
Hierarchical softmax

- Основная идея:
 - Составить из словаря бинарное дерево
 - Назначить каждому промежуточному узлу i вектор u_i



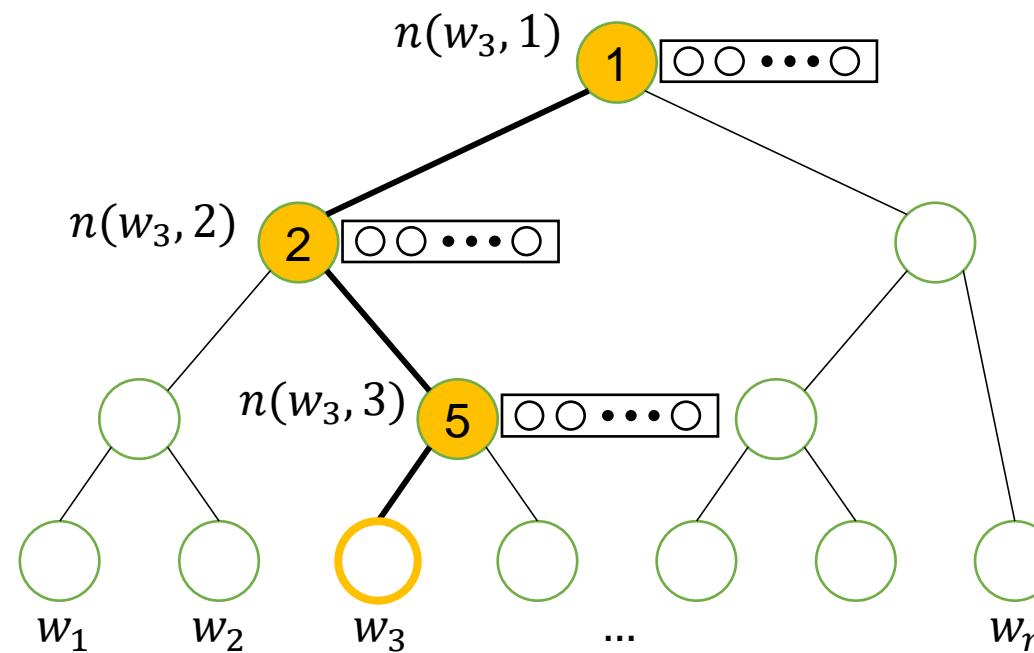
Hierarchical softmax

- Основная идея:
 - Составить из словаря бинарное дерево
 - Назначить каждому промежуточному узлу i вектор u_i
 - Предсказывать путь в дереве вместо слова из словаря



$n(w, p)$ – номер p -того узла в пути от корня к w

Hierarchical softmax



$$p(o|c) = \prod_{j=1}^{L(o)-1} \sigma(\llbracket n(o, j+1) = ch(n(o, j)) \rrbracket u_{n(o, j)}^T v_c)$$

$ch(n)$ – левый потомок узла n , $\llbracket x \rrbracket = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ – истина} \\ -1, & \text{если } x \text{ – ложь} \end{cases}$

Negative sampling

- Сводим задачу к бинарной классификации:

$$z = \begin{cases} 1, & (c, o) \in D \\ 0, & (c, o) \notin D \end{cases};$$

$$p(z = 1 | o, c) = \frac{1}{1 + \exp(-v_c^T u_o)} = \sigma(v_c^T u_o)$$

- На каждый положительный пример берем К отрицательных:
 - Небольшие наборы данных – 5-20 примеров
 - Большие наборы данных – 2-5 примеров

Negative sampling

- Для каждого окна максимизируем

$$\begin{aligned} J_t(\theta) &= \log p(z = 1|o, c) + \sum_{j \sim P(w)} \log p(z = 0|j, c) \\ &= \log \sigma(v_c^T u_o) + \sum_{j \sim P(w)} \log \sigma(-v_c^T u_j) \end{aligned}$$

- $P(w_i) = \frac{f(w_i)^{3/4}}{\sum_{j=1}^n f(w_j)^{3/4}}$;
- $f(w_i)$ – относительная частота слова w_i в D

Negative sampling



- Набор данных:
 - Положительные примеры: пары слов из окон наших текстов
 - Отрицательные примеры: случайные слова из текстов

o	c	z
времена	правления	1
из	правления	0
слово	правления	0
Москвы	правления	0
	...	

Проблема частых слов

- Слишком частые слова (предлоги, союзы, пунктуация)
 - часто встречаются в корпусе \Rightarrow вносят большое влияние на векторы слов
 - встречаются во всевозможных контекстах \Rightarrow векторы не отражают значение слова

Решение:

- Выкидывать слишком частые слова из корпуса

$$P(w_i) = 1 - \sqrt{\frac{t}{f(w_i)}};$$

- $f(w_i)$ – относительная частота слова w_i в D
- t – порог частоты (обычно около 10^{-5})

Оценка качества

- Intrinsic (in vitro)
 - Пытаемся оценить результат решения задачи сравнением с эталонным результатом
- Extrinsic (in vivo)
 - Пытаемся оценить результат решения задачи как подзадачи более сложной задачи

Оценка качества (Intrinsic)

- Задача аналогии слов:

Слово a относится к слову b также, как слово c относится к слову ____.

- $d = \arg \max_i similarity(x_b - x_a + x_c, x_i)$

- Метрика:

- $Accuracy = \frac{correct}{total};$

Синтаксические аналогии

a	b	c	___
лекция	лекции	семинар	семинары
бежать	бегущий	лежать	лежащий

Оценка качества (Intrinsic)

- Задача аналогии слов:

Слово a относится к слову b также, как слово c относится к слову ____.

- $d = \arg \max_i similarity(x_b - x_a + x_c, x_i)$
- Метрика:
 - $Accuracy = \frac{correct}{total}$;

Семантические аналогии

a	b	c	____
лететь	плыть	самолет	корабль
Россия	Москва	Франция	Париж

Оценка качества (Intrinsic)

- Задача аналогии слов
 - Найти слово по аналогии с другими
- Задача похожести пар слов
 - Отсортировать пары слов в соответствии со смысловой близостью
- Задача поиска синонимов
 - Для слова найти синонимы среди заданного множества слов
- Задача поиска лишнего слова
 - В множестве слов найти лишнее

Матрица совместной встречаемости

мама мыла раму.
раму мыла мама.
мыла мылом раму.

word-word

	мама	мыла	раму	мылом	.
мама	0	2	0	0	1
мыла	2	0	2	1	0
раму	0	2	0	1	2
мылом	0	1	1	0	0
.	1	0	2	0	0

Матрица совместной встречаемости

- Понижение размерности (SVD)

- $A = U\Sigma V^T$;
 - Σ – матрица сингулярных значений($m*m$)
- $\hat{A} = \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^T$; (теорема Эккарта-Янга)
 - \hat{U} – первые k столбцов матрицы U
 - $\hat{\Sigma}$ – k первых столбцов и строк матрицы Σ
 - \hat{V} – первые k столбцов матрицы V

Матрица совместной встречаемости

- Понижение размерности (SVD)

- $A = U\Sigma V^T$;
- Σ – матрица сингулярных значений(m^*m)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U \quad \quad \quad \Sigma \quad \quad \quad V^T$$

$$\begin{bmatrix} -0.385 & -0.435 & -0.359 & -0.557 & -0.472 \\ -0.557 & 0.557 & 0.411 & -0.435 & 0.142 \\ -0.557 & -0.557 & 0.411 & 0.435 & 0.142 \\ -0.286 & 0 & -0.636 & 0 & 0.716 \\ -0.385 & 0.435 & -0.359 & 0.557 & -0.472 \end{bmatrix} * diag \begin{pmatrix} 3.895 \\ 3.562 \\ 1.292 \\ 0.562 \\ 0.397 \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} -0.385 & 0.435 & 0.359 & -0.557 & -0.472 \\ -0.557 & -0.557 & -0.411 & -0.435 & 0.142 \\ -0.557 & 0.557 & -0.411 & 0.435 & 0.142 \\ -0.286 & 0 & 0.636 & 0 & 0.716 \\ -0.385 & -0.435 & 0.359 & 0.557 & -0.472 \end{bmatrix}^T$$

Матрица совместной встречаемости

- Понижение размерности (SVD)

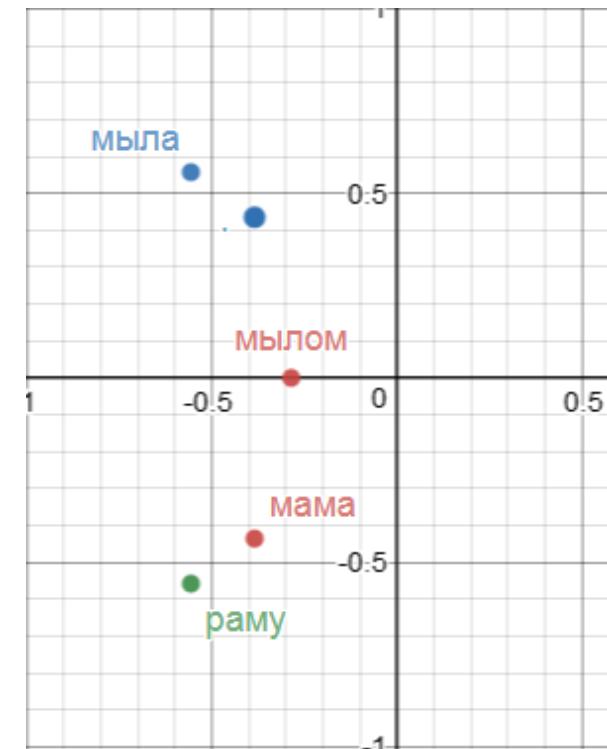
- $A\hat{A} = \hat{U}\hat{\Sigma}\hat{V}^T$;

- \hat{U} – первые k столбцов матрицы U
- $\hat{\Sigma}$ – k первых столбцов и строк матрицы Σ
- \hat{V} – первые k столбцов матрицы V

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -0.10 & 1.70 & -0.02 & 0.43 & 1.25 \\ 1.70 & 0.10 & 2.32 & 0.62 & -0.03 \\ -0.03 & 2.32 & 0.10 & 0.62 & 1.70 \\ 0.43 & 0.62 & 0.62 & 0.32 & 0.43 \\ 1.25 & -0.03 & 1.70 & 0.43 & -0.10 \end{bmatrix}$$

$$\hat{U} \quad \Sigma \quad V^T$$

$$\begin{bmatrix} -0.385 & -0.435 \\ -0.557 & 0.557 \\ -0.557 & -0.557 \\ -0.286 & 0 \\ -0.385 & 0.435 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.359 & -0.557 & -0.472 \\ 0.411 & -0.435 & 0.142 \\ 0.411 & 0.435 & 0.142 \\ -0.636 & 0 & 0.716 \\ -0.359 & 0.557 & -0.472 \end{bmatrix} * diag \begin{pmatrix} 3.895 \\ 3.562 \\ 1.292 \\ 0.562 \\ 0.397 \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} -0.385 & 0.435 \\ -0.557 & -0.557 \\ -0.557 & 0.557 \\ -0.286 & 0 \\ -0.385 & -0.435 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.359 & -0.557 & -0.472 \\ -0.411 & -0.435 & 0.142 \\ -0.411 & 0.435 & 0.142 \\ 0.636 & 0 & 0.716 \\ 0.359 & 0.557 & -0.472 \end{bmatrix}^T$$



GloVe

Обозначения:

- X – матрица совместной встречаемости
- X_{ij} – сколько раз слово j встретилось в контексте слова i
- $X_i = \sum_k X_{ik}$ – сколько раз любое слово встретилось в контексте i
- $P_{ij} = P(j|i) = X_{ij}/X_i$ – вероятность слова j встретиться в контексте i

GloVe

Основная идея:

Для понимания, насколько близки слова, не достаточно частоты совместной встречаемости – нужно сравнивать частоты встречаемости слова в разных контекстах

Probability and Ratio	$k = solid$	$k = gas$	$k = water$	$k = fashion$
$P(k ice)$	1.9×10^{-4}	6.6×10^{-5}	3.0×10^{-3}	1.7×10^{-5}
$P(k steam)$	2.2×10^{-5}	7.8×10^{-4}	2.2×10^{-3}	1.8×10^{-5}
$P(k ice)/P(k steam)$	8.9	8.5×10^{-2}	1.36	0.96

- *solid* больше относится к *ice*, чем к *steam*
- *gas* больше относится к *steam*, чем к *ice*
- *water* и *fashion* одинаково хорошо (плохо) относятся к *ice* и *steam*

GloVe

Основная идея:

Для понимания, насколько близки слова, не достаточно частоты совместной встречаемости – нужно сравнивать частоты встречаемости слова в разных контекстах

Probability and Ratio	$k = solid$	$k = gas$	$k = water$	$k = fashion$
$P(k ice)$	1.9×10^{-4}	6.6×10^{-5}	3.0×10^{-3}	1.7×10^{-5}
$P(k steam)$	2.2×10^{-5}	7.8×10^{-4}	2.2×10^{-3}	1.8×10^{-5}
$P(k ice)/P(k steam)$	8.9	8.5×10^{-2}	1.36	0.96

$$F(i, j, k) = P(k|i)/P(k|j) = P_{ik}/P_{jk}$$

GloVe

$$F(i, j, k) = P(k|i)/P(k|j) = P_{ik}/P_{jk}$$

- V – векторы слов
- U – векторы контекстных слов

$$F(v_i, v_j, u_k) = P_{ik}/P_{jk}$$

GloVe

$$F(i, j, k) = P(k|i)/P(k|j) = P_{ik}/P_{jk}$$

- V – векторы слов
- U – векторы контекстных слов

$$F(v_i, v_j, u_k) = P_{ik}/P_{jk}$$

- $(v_{king} - v_{male} + v_{female} = v_{queen})$

$$F(v_i - v_j, u_k) = P_{ik}/P_{jk}$$

$$F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = P_{ik}/P_{jk}$$

GloVe

$$F(i, j, k) = P(k|i)/P(k|j) = P_{ik}/P_{jk}$$

- V – векторы слов
- U – векторы контекстных слов

$$F(v_i, v_j, u_k) = P_{ik}/P_{jk}$$

- $(v_{king} - v_{male} + v_{female} = v_{queen})$

$$F(v_i - v_j, u_k) = P_{ik}/P_{jk}$$

$$F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = P_{ik}/P_{jk}$$

- F – гомоморфизм групп $(\mathbb{R}, +)$ и $(\mathbb{R}_{>0}, \times)$

$$F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = F(v_i^T u_k)/F(v_j^T u_k) = P_{ik}/P_{jk};$$

GloVe

- $F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = F(v_i^T u_k)/F(v_j^T u_k) = P_{ik}/P_{jk};$
- $F(v_i^T u_k) = P_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_i}$

GloVe

- $F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = F(v_i^T u_k)/F(v_j^T u_k) = P_{ik}/P_{jk};$
- $F(v_i^T u_k) = P_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_i}$
- $F = \exp$
- $v_i^T u_k = \log P_{ik} = \log X_{ik} - \log X_i$

GloVe

- $F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = F(v_i^T u_k)/F(v_j^T u_k) = P_{ik}/P_{jk};$
- $F(v_i^T u_k) = P_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_i}$
- $F = \exp$
- $v_i^T u_k = \log P_{ik} = \log X_{ik} - \underline{\log X_i}$
- $v_i^T u_k + \underline{b_i} + \underline{\tilde{b}_k} - \log X_{ik} = 0$

GloVe

- $F\left(\left(v_i - v_j\right)^T u_k\right) = F(v_i^T u_k)/F(v_j^T u_k) = P_{ik}/P_{jk};$
- $F(v_i^T u_k) = P_{ik} = \frac{X_{ik}}{X_i}$
- $F = \exp$
- $v_i^T u_k = \log P_{ik} = \log X_{ik} - \log X_i$
- $v_i^T u_k + b_i + \tilde{b}_k - \log X_{ik} = 0$
- $J(v_i, u_k) = \left(v_i^T u_k + b_i + \tilde{b}_k - \boxed{\log X_{ik}}\right)^2$

GloVe

$$J(v_i, u_k) = (v_i^T u_k + b_i + \tilde{b}_k - \log X_{ik})^2$$

- $\log X_{ik}$ не определен при $X_{ik} = 0$

GloVe

$$J(v_i, u_k) = (v_i^T u_k + b_i + \tilde{b}_k - \log X_{ik})^2$$

- $\log X_{ik}$ не определен при $X_{ik} = 0$

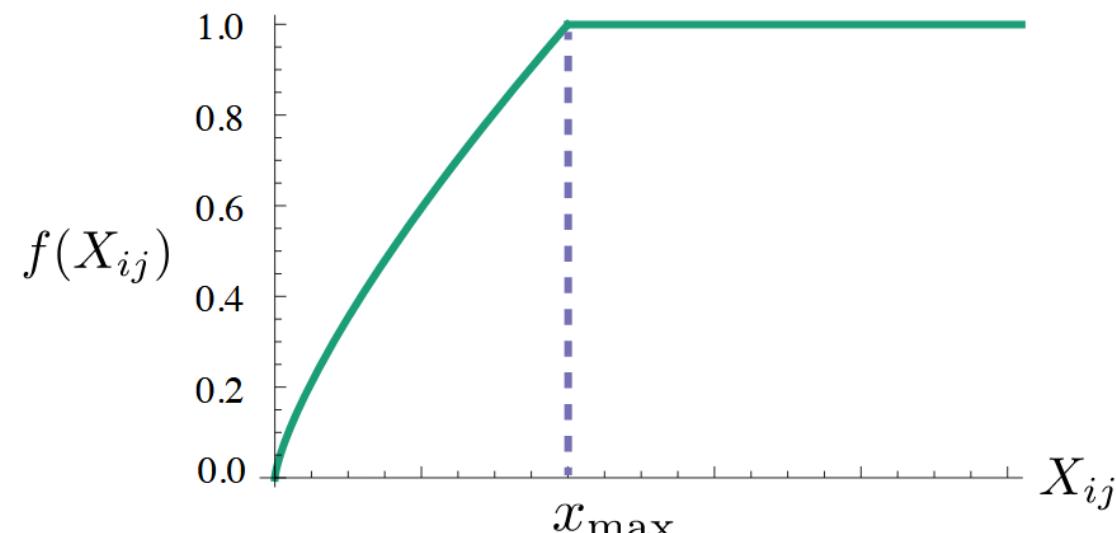
$$J(v_i, u_k) = \underline{f(X_{ik})} (v_i^T u_k + b_i + \tilde{b}_k - \log X_{ik})^2$$

- функция $f(x)$:
 - $f(0) = 0$ (более того $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \log^2 x$ конечен)
 - $f(x)$ – неубывающая
 - $f(x)$ – «не слишком высока» для больших x

GloVe

Функция потерь

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(X_{ij})(v_i^T u_j + b_i + \tilde{b}_j - \log X_{ij})^2,$$
$$f(x) = \begin{cases} (x/x_{max})^\alpha, & x < x_{max}, \\ 1, & x \geq x_{max} \end{cases}, \quad \alpha < 1$$



Проблема редких слов

- Для слов, которые встречаются слишком редко, невозможно построить хорошие векторы
- В обучающем корпусе могут отсутствовать редкие слова \Rightarrow такие слова не попадут в словарь V

Проблема редких слов

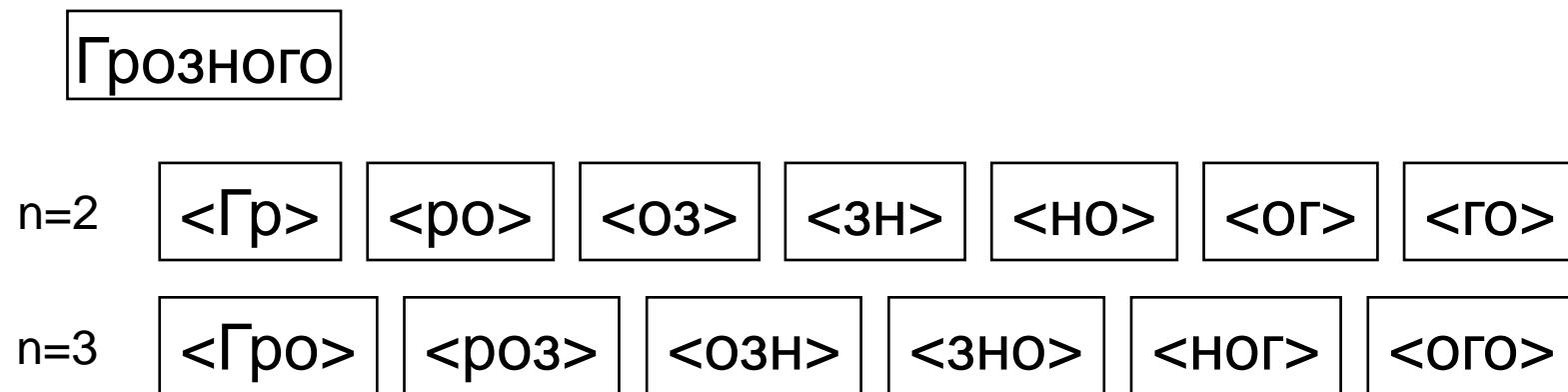
- Редкие слова заменяются на специальную константу OOV (out of vocabulary)
 - В процессе обучения вычисляется вектор для OOV
 - Этот вектор используется для слов, не вошедших в V

Проблема редких слов

- Редкие слова заменяются на специальную константу OOV (out of vocabulary)
 - В процессе обучения вычисляется вектор для OOV
 - Этот вектор используется для слов, не вошедших в V
- Слова рассматриваются не как атомарные единицы, а как последовательности символов

fasttext

- Каждое слово w представим как мульти множество символьных n -грамм



- Составим словарь слов V и словарь символьных n -грамм G

fasttext

- В word2vec:

$$p(o|c) = \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{i=1}^n \exp(u_i^T v_c)} = \frac{\exp(s(w_o, w_c))}{\sum_{i=1}^n \exp(s(w_i, w_c))},$$

$s(w_o, w_c) = u_o^T v_c$ - функция оценки (score)

fasttext

- В word2vec:

$$p(o|c) = \frac{\exp(u_o^T v_c)}{\sum_{i=1}^n \exp(u_i^T v_c)} = \frac{\exp(s(w_o, w_c))}{\sum_{i=1}^n \exp(s(w_i, w_c))},$$

$s(w_o, w_c) = u_o^T v_c$ - функция оценки (score)

- В fasttext:

$$s(w_o, w_c) = u_o^T v_c + \sum_{g \in \Gamma(w_c)} u_o^T z_g,$$

$\Gamma(w_c)$ – n-грамм'и слова w_c

Сверточные сети (CNN)

- Архитектура нейронной сети, нацеленная на эффективное распознавание образов
- Состоит из:
 - Слой свертки
 - Слой активации
 - Pooling слой

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки

- На входе матрица (изображение) $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$
- Задана матрица весов (фильтр, ядро свертки) $K \in \mathbb{R}^{h \times w}$
- Строим выходное изображение, «двигая» фильтр по матрице

$$Y \in \mathbb{R}^{(m-h+1) \times (n-w+1)}$$
$$y_{i,j} = \sum_{q=1}^h \sum_{r=1}^w X_{i+q-1, j+r-1} * K_{q,r}, i = \overline{1, m-h+1}, j = \overline{1, n-w+1}$$

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки

$$K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

2	-1	-1
-1	0	0
-1	0	2

$$Y \in \mathbb{R}^{? \times ?}$$

$$X \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$$

2	1	3	1	2
3	4	2	0	1
2	0	1	2	3
1	3	2	4	0

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки

$$K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

2	-1	-1
-1	0	0
-1	0	2

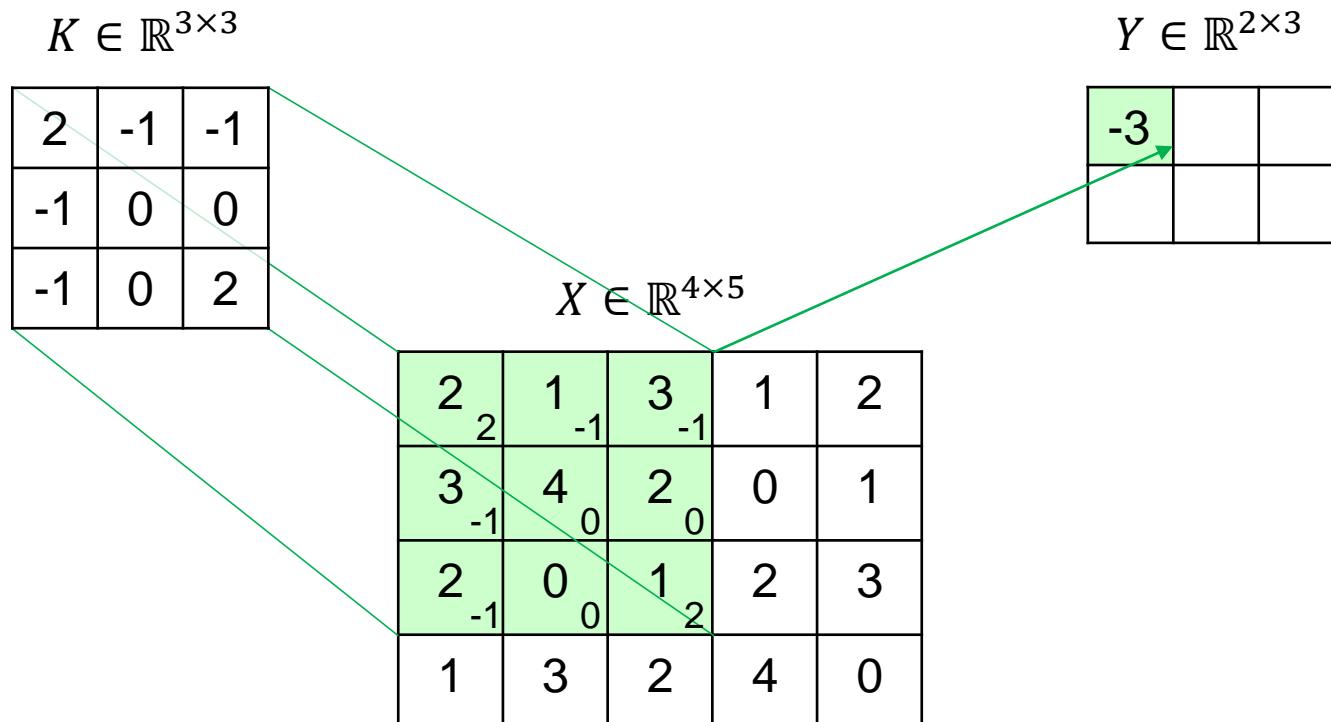
$$Y \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

$$X \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$$

2	1	3	1	2
3	4	2	0	1
2	0	1	2	3
1	3	2	4	0

Сверточные сети (CNN)

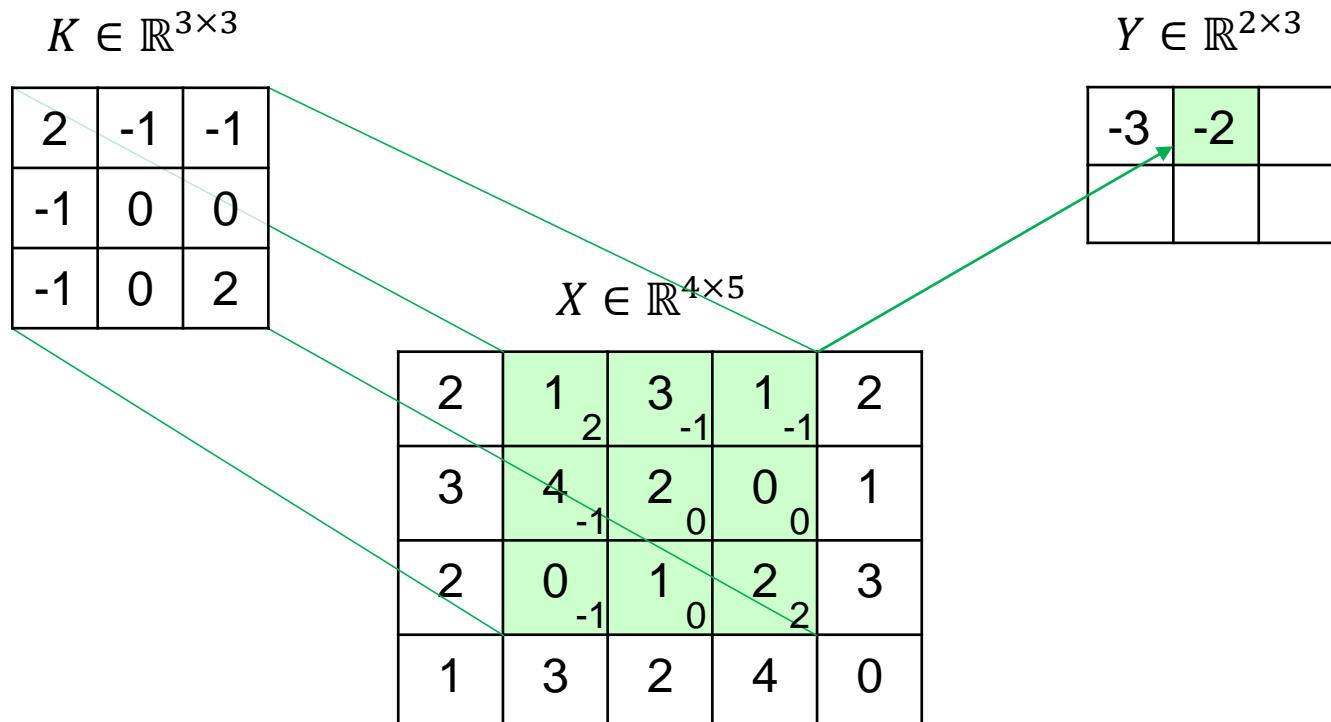
- Слой свертки



$$y_{1,1} = 2 * 2 + (-1) * 1 + (-1) * 3 + (-1) * 3 + 0 * 4 + 0 * 2 + (-1) * 2 + 0 * 0 + 2 * 1 = -3$$

Сверточные сети (CNN)

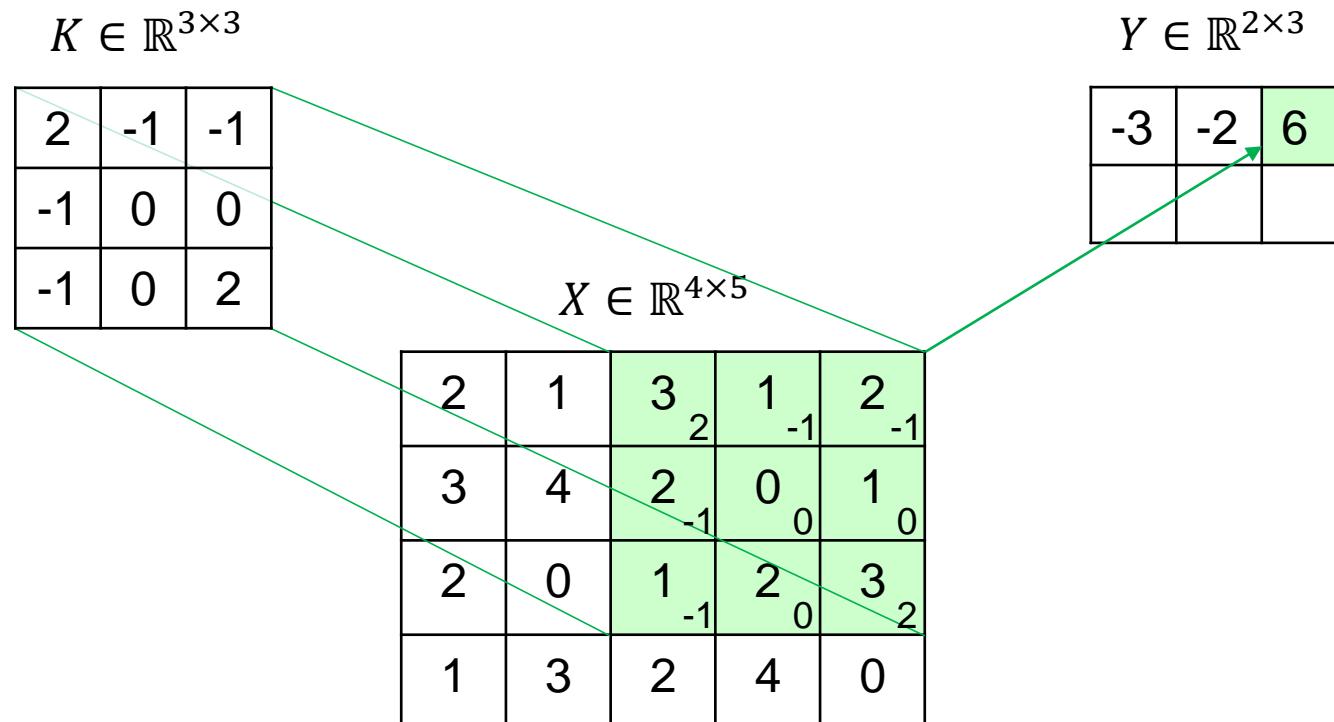
- Слой свертки



$$y_{1,2} = 2 * 1 + (-1) * 3 + (-1) * 1 + (-1) * 4 + 0 * 2 + 0 * 0 + (-1) * 0 + 0 * 1 + 2 * 2 = -2$$

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки



$$y_{1,3} = 2 * 3 + (-1) * 1 + (-1) * 2 + (-1) * 2 + 0 * 0 + 0 * 1 + (-1) * 1 + 0 * 2 + 2 * 3 = 6$$

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки

$$K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

2	-1	-1
-1	0	0
-1	0	2

$$Y \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1		

$$X \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$$

2	1	3	1	2
3 2	4 -1	2 -1	0	1
2 -1	0 0	1 0	2	3
1 -1	3 0	2 2	4	0

$$y_{2,1} = 2 * 3 + (-1) * 4 + (-1) * 2 + (-1) * 2 + 0 * 0 + 0 * 1 + (-1) * 1 + 0 * 3 + 2 * 2 = -1$$

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки

$$K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

2	-1	-1
-1	0	0
-1	0	2

$$Y \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1	11	

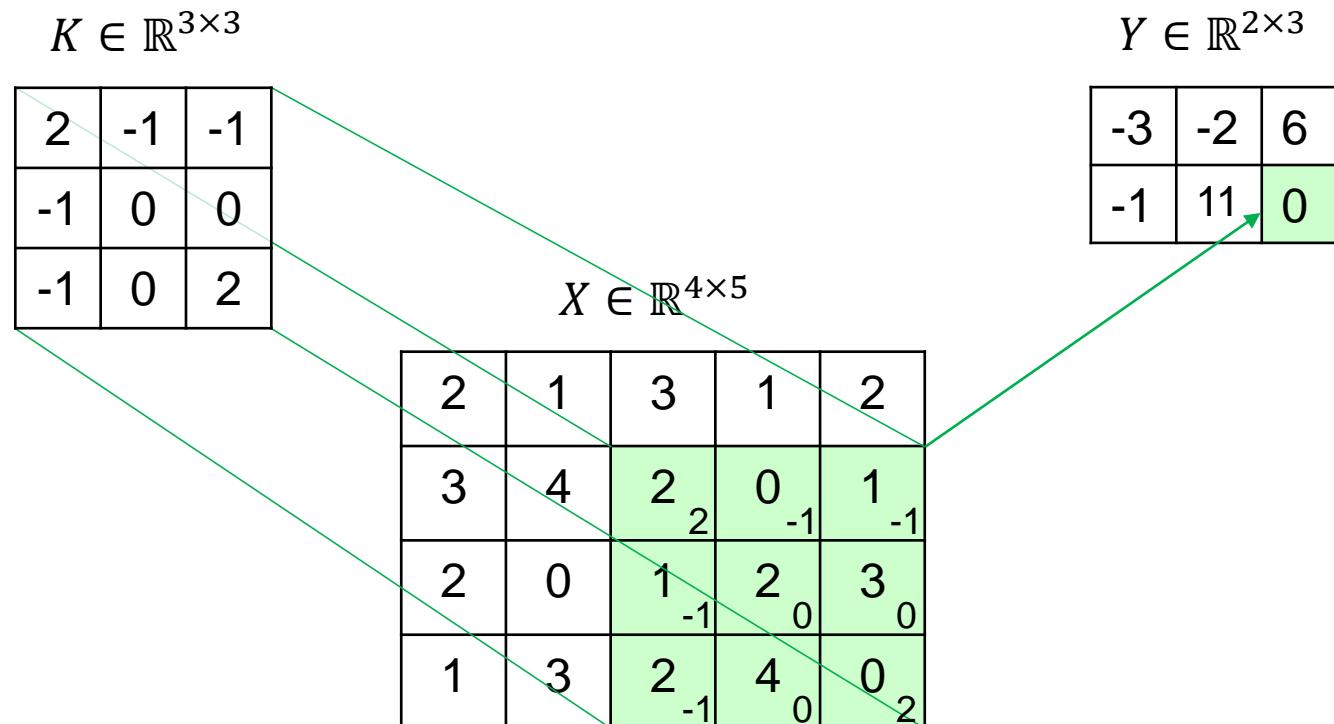
$$X \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$$

2	1	3	1	2
3	4 2	2 -1	0 -1	1
2	0 -1	1 0	2 0	3
1	3 -1	2 0	4 2	0

$$y_{2,2} = 2 * 4 + (-1) * 2 + (-1) * 0 + (-1) * 0 + 0 * 1 + 0 * 2 + (-1) * 3 + 0 * 2 + 2 * 4 = 11$$

Сверточные сети (CNN)

- Слой свертки



$$y_{2,3} = 2 * 2 + (-1) * 0 + (-1) * 1 + (-1) * 1 + 0 * 2 + 0 * 3 + (-1) * 2 + 0 * 4 + 2 * 0 = 0$$

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой
 - Агрегирует выходы группы нейронов в один выход
 - На входе матрица (признаки) $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$
 - Задан размер окна ($h \times w$)
 - Строим выходное признаки, «двигая» окно по матрице и выполняя операцию агрегации

$$Y \in \mathbb{R}^{\frac{m}{h} \times \frac{n}{w}}; \\ y_{i,j} = f(X_{(i-1)*h:i*h,(j-1)*w:j*w})$$

- В качестве f обычно используется функция \max

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой

Окно ($h \times w$): $h = 2; w = 1$

$$X \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1	11	0

$$Y \in \mathbb{R}^{? \times ?}$$

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой

Окно ($h \times w$): $h = 2; w = 1$

$$X \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1	11	0

$$Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$$

--	--	--

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой

Окно ($h \times w$): $h = 2; w = 1$

$$X \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1	11	0

$$Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$$

-1		
----	--	--

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой

Окно ($h \times w$): $h = 2; w = 1$

$$X \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$$

-3	-2	6
-1	11	0

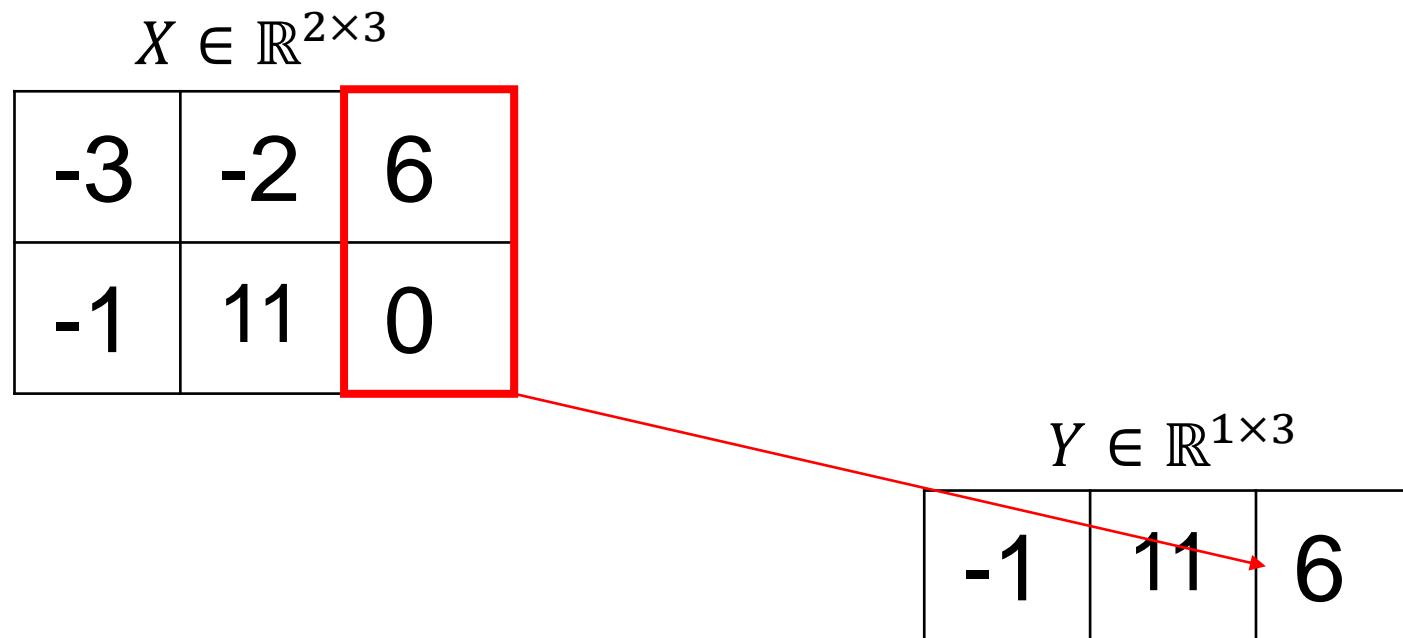
$$Y \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$$

-1	11	
----	----	--

Сверточные сети (CNN)

- Pooling слой

Окно ($h \times w$): $h = 2; w = 1$

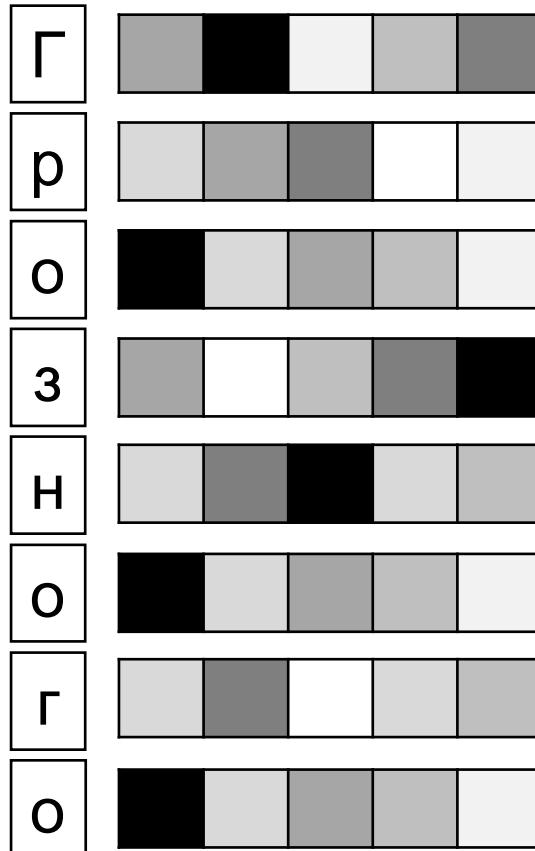


CharCNN

- Собираем словарь символов C по обучающему корпусу
- Каждому символу $c \in C$ ставим в соответствие вектор $v_c \in \mathbb{R}^d$
- Слово w рассматриваем как последовательность символов $[c_1, c_2, \dots, c_n]$
- Подставляя для каждого символа c_i вектор v_{c_i} получаем матрицу $X \in \mathbb{R}^{n \times d}$
- Задаем m фильтров $K_i \in \mathbb{R}^{k_i \times d}$
- Применяем к X свертки с фильтрами K_i с max pooling и получаем вектор $y \in \mathbb{R}^m$ для слова w

CharCNN

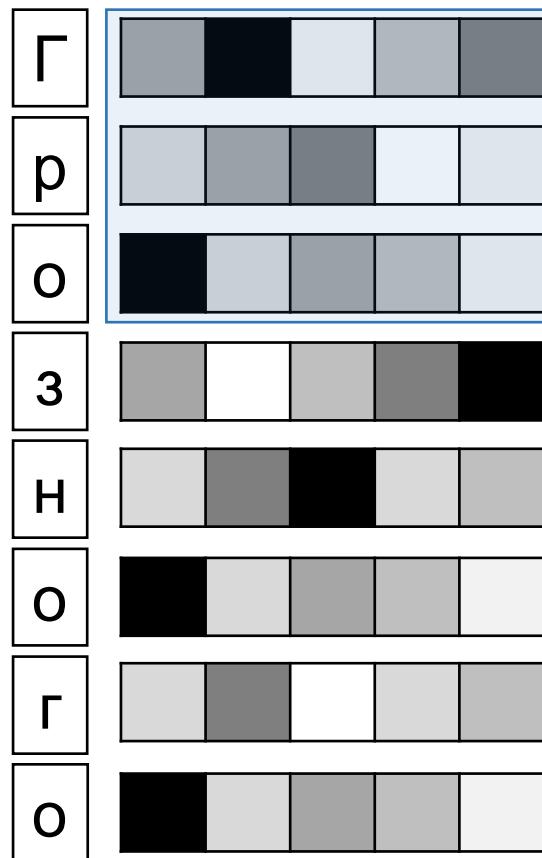
Грозного



CharCNN

Грозного

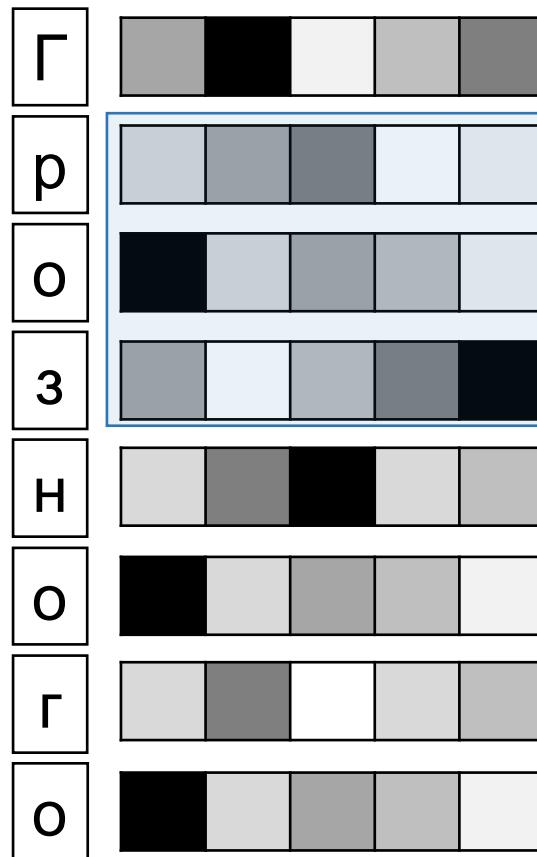
$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$



CharCNN

Грозного

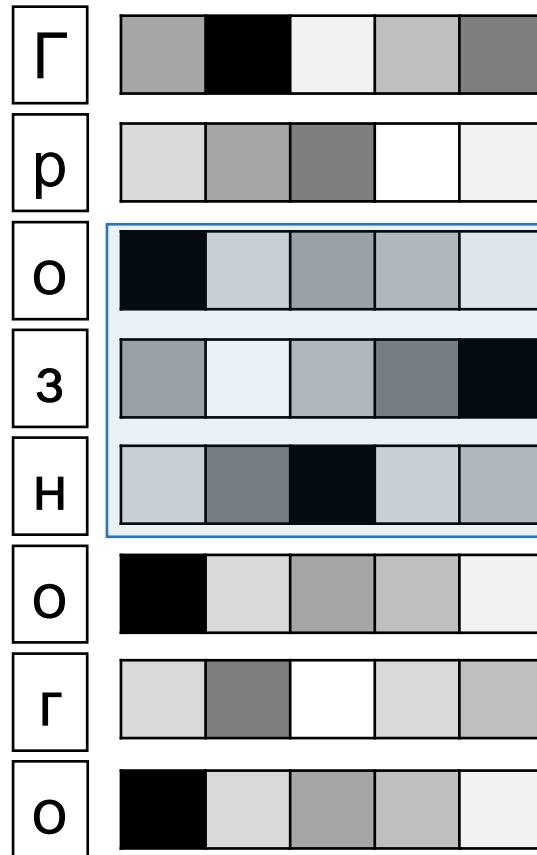
$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$



CharCNN

Грозного

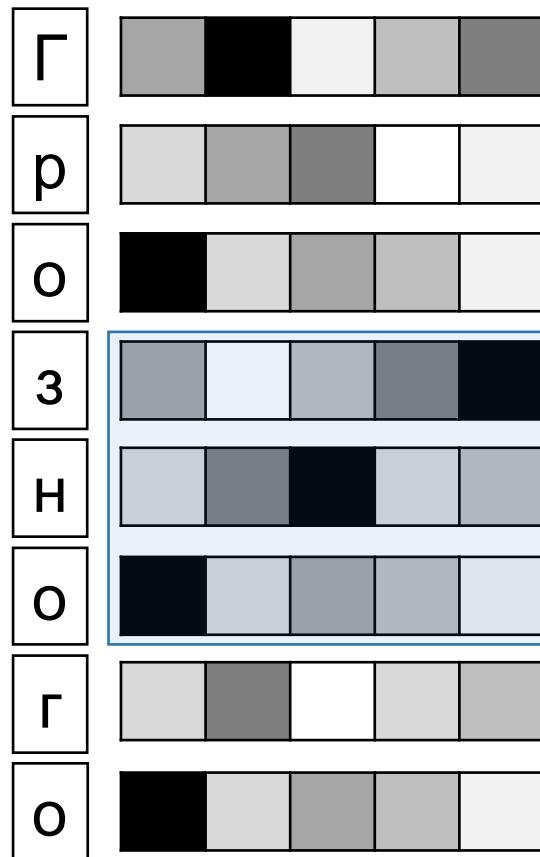
$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$



CharCNN

Грозного

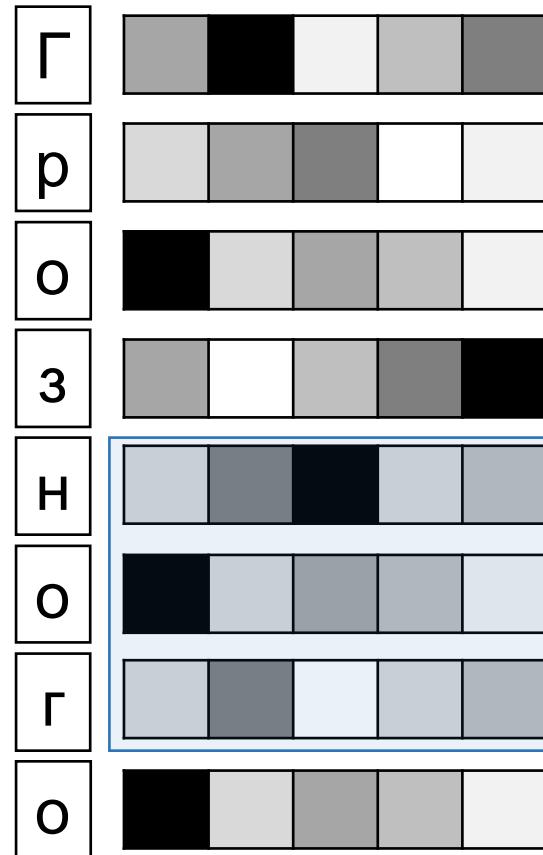
$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$



CharCNN

Грозного

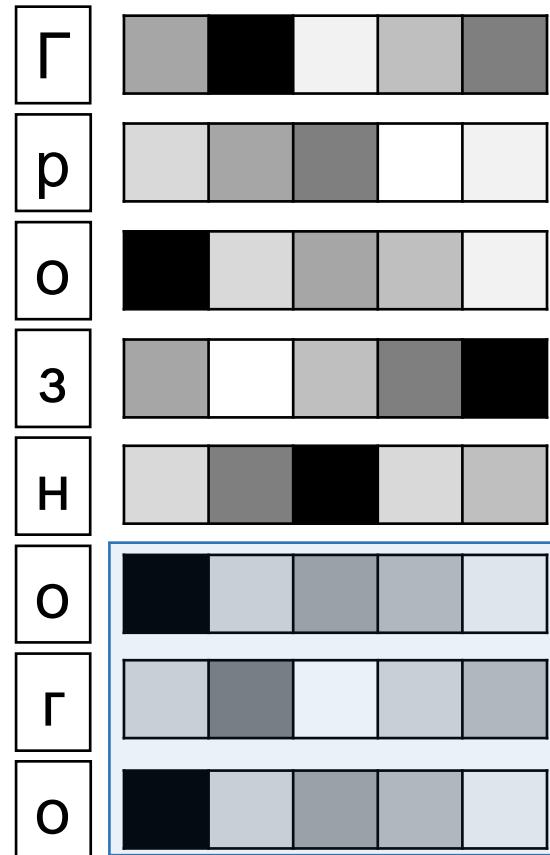
$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$



CharCNN

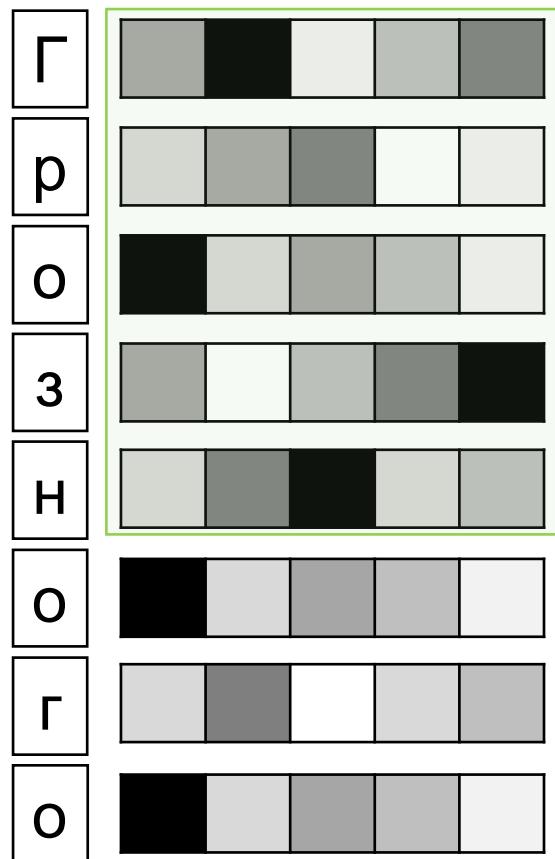
Грозного

$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$

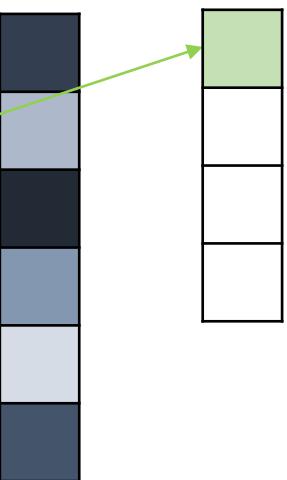


CharCNN

Грозного

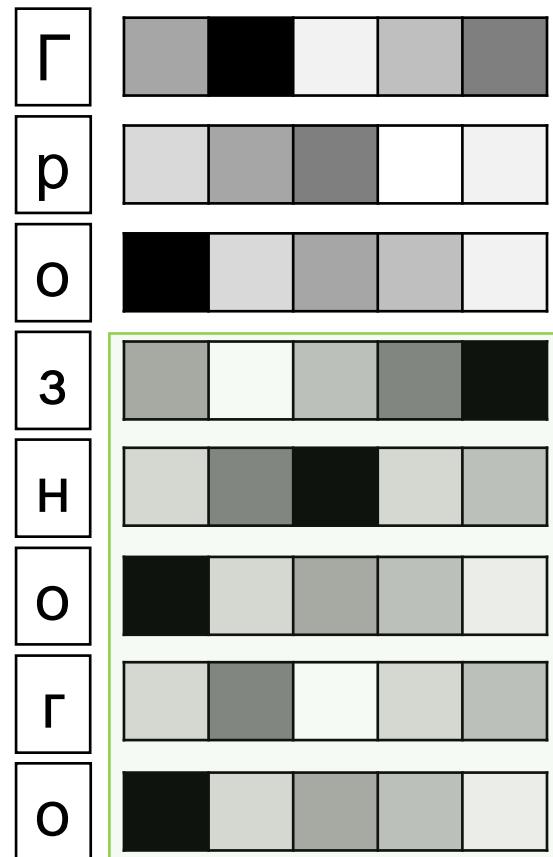


$$K_2 \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$



CharCNN

Грозного



$$K_2 \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

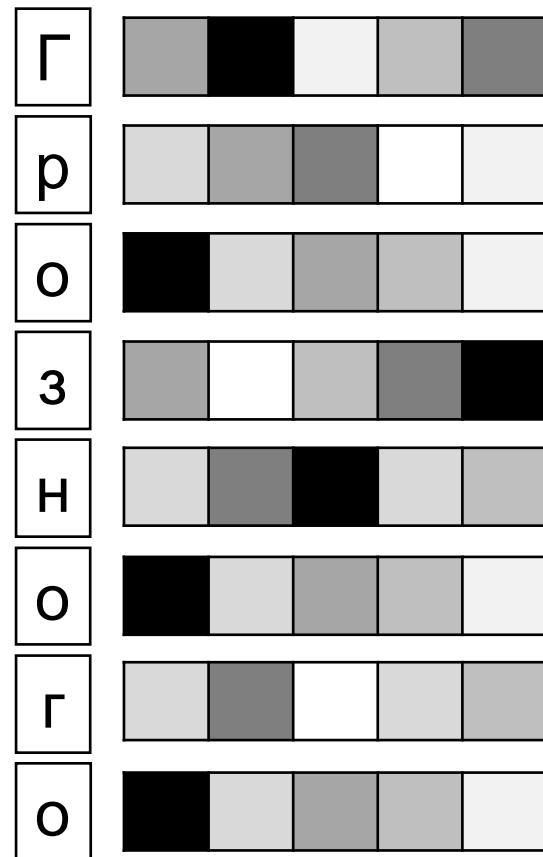


→



CharCNN

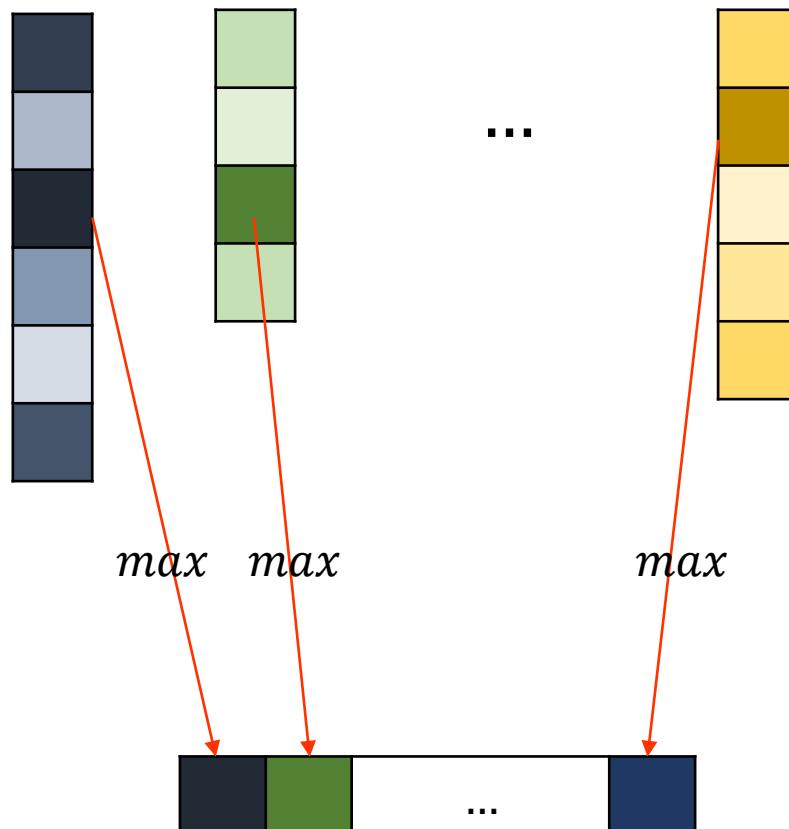
Грозного



$$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$$

$$K_2 \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$$

$$K_m \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$$



Следующая лекция

Базовые задачи обработки текстов